

Informatik D: Einführung in die Theoretische Informatik

Klausur — SoSe 2013 — 11. Juli 2013

(Prüfungsnr. 1007049)

Gruppe: Batman, Robin

Unbedingt ausfüllen

Matrikelnummer	Studiengang/Abschluss	Fachsemester
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Nachname	Vorname	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Unterschrift	Identifikator <small>(Beliebiges Wort zur Identifikation im anonymen Notenaushang)</small>	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	

Grundregeln

- Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt **120 Minuten**.
- Sie schreiben diese Klausur **vorbehaltlich** der Erfüllung der **Zulassungsvoraussetzung**. Das heißt: Wir werden Ihre Zulassung vor Korrektur prüfen; die Tatsache, dass Sie die Klausur mitschreiben, bedeutet keine implizite Zulassung.
- Es sind **keine Unterlagen** und auch **keine** anderen **Hilfsmittel** erlaubt.
- Benutzen sie nur dokumentenechten (blauen oder zur Not schwarzen) **Kugelschreiber!** Bleistiftlösungen werden nicht gewertet!
- Es zählt die Antwort, die sich im dafür vorgesehenen Kästchen befindet! Soll eine andere Antwort gewertet werden, so ist diese **eindeutig** zu kennzeichnen!
- Jegliches Schummeln, und auch der Versuch desselben, führt zum Ausschluss von der Klausur und einer Bewertung mit **5,0**.

Wird vom Korrektor/Prüfer ausgefüllt

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
Punkte (max)	8	6	10	6	8	12	12	16	8	14	12	12	124
Punkte (erreicht)													

Punkte	0..61	62..67	68..74	75..80	81..86	87..93	94..99	100..105	106..111	112..118	119..124
Note	5,0	4,0	3,7	3,3	3,0	2,7	2,3	2,0	1,7	1,3	1,0

Note:

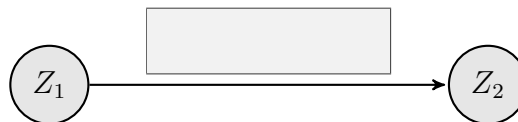
Aufgabe 1: Sprachen vs. Automaten**(8 Punkte)**

Geben Sie zu den Sprachklassen jeweils alle Automatenklassen an, die zum Entscheiden des Wortproblems genau dieser Sprachklasse (aber keine größeren) genutzt werden können. Vergessen Sie nicht Determinismus/Nicht-Determinismus, etc. zu spezifizieren!

Sprachklasse	Automaten
Reguläre Sprachen	
Kontextfreie Sprachen	
Deterministisch kontextfreie Sprachen	
Kontextsensitive Sprachen	

Aufgabe 2: Übergänge**(6 Punkte)**

Welche Daten stehen an einem Zustandsübergang einer Turingmaschine? Beschreiben Sie diese kurz aber präzise. Was bedeuten Sie?



Erklärung:

Aufgabe 3: Sprachen klassifizieren

(10 Punkte)

Zu welcher Sprachklasse gehören die folgenden Sprachen? Kreuzen Sie dabei **alle** korrekten Antworten an. (Falsche Kreuzchen führen zu Punkteabzug innerhalb der Teilaufgabe.)

	regulär	determ. kontextfrei	kontextfrei	kontextsensitiv	rek. aufzählbar
$\{bab^{i+3}c \mid i \geq 1\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\left\{ w \mid \begin{array}{l} w \text{ kodiert einen Algorithmus, der} \\ \text{auf sich selbst angewendet anhält} \end{array} \right\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{bwcw^R a \mid w \in \{a, b\}^+\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{w \mid w \text{ kodiert ein ganze Zahl im Hexadezimalsystem}\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4: Regulärer Ausdruck

(6 Punkte)

Erstellen Sie einen regulären Ausdruck, der zur folgenden Grammatik äquivalent ist.

$$S \rightarrow AAcBa$$

$$A \rightarrow c \mid d$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid bB$$

Aufgabe 5: Kontextfreie Grammatik

(8 Punkte)

Erstellen Sie eine kontextfreie Grammatik, die genau alle Palindrome ungerader Länge über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ umfasst, die mit „02“ beginnen. Achten Sie darauf, dass die Grammatik den strikten Regeln der kontextfreien Grammatiken gehorcht!

Aufgabe 6: Kellerautomat

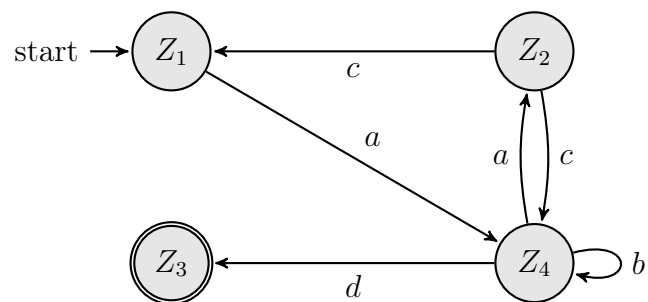
(12 Punkte)

Erstellen Sie einen Kellerautomaten, der genau die Sprache $\{a^{3i}b \mid i \geq 0\}$ akzeptiert.

Aufgabe 7: Reguläre Grammatik

(12 Punkte)

Wandeln Sie—gemäß dem Vorgehen aus der Vorlesung!— den folgenden nicht-deterministischen endlichen Automaten in eine reguläre Grammatik (strikte Regeln!) um.



Aufgabe 8: Pumping Lemma

(16 Punkte)

(a) Definition

(4 Punkte)

Vervollständigen Sie die Definition des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen.
(Falsche Kreuzchen führen zu Punkteabzug innerhalb der Teilaufgabe.)

Sei L eine reguläre Sprache. Es gibt eine Zahl $n := n(L)$, so dass sich

$\left\{ \begin{array}{l} \input{checkbox} \text{ kein} \\ \input{checkbox} \text{ mindestens ein} \\ \input{checkbox} \text{ jedes} \end{array} \right\}$ Wort $z \in L$ mit $|z| \geq n$ so in drei Teile u, v, w

zerlegen lässt (d.h. $z = uvw$), dass die folgenden Eigenschaften gelten:

$|v| \geq 1$

$|uv| \leq n$

$uv^*w \in L$

$|w| \geq 1$

$|uw| \geq n$

$u^i v w^i \in L$ für alle $i \geq 0$

(b) Anwendung

(12 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Sprache $\{a^i b^{i+j} a^j \mid i, j \geq 0\}$ nicht regulär ist. Vergessen Sie nicht, Begründungen für Ihre Beweisschritte anzugeben.

Aufgabe 9: Post'sches Korrespondenzproblem

(8 Punkte)

Sei $\mathcal{T} = \{(x_i, y_i)\}_{1 \leq i \leq k}$ die Instanz eines Post'schen Korrespondenzproblems (PCP). Betrachten Sie den folgenden Algorithmus zur Lösung des PCPs:

Für alle *Teilmengen* \mathcal{T}' von \mathcal{T} :
Für alle *Reihenfolgen* $r(\mathcal{T}')$ von \mathcal{T}' :
Falls $r(\mathcal{T}')$ eine *zulässige Lösung repräsentiert*:
Liefere **ja** zurück
Liefere **nein** zurück

Der Algorithmus prüft jede mögliche Auswahl und Reihenfolge. Davon gibt es jedoch nur endlich (exponentiell) viele. Daher hält der Algorithmus nach endlicher Zeit und entscheidet das PCP. In der Vorlesung haben wir jedoch besprochen, dass das PCP unentscheidbar ist. Wo liegt der Fehler in obiger Argumentation?

Aufgabe 10: Probleme in P

(14 Punkte)

Ordnen Sie die folgenden Probleme **allen** Komplexitätsklassen zu, die sie enthalten (unter der Annahme, dass $P \neq NP$). (Achtung: Falsche Antworten zählen innerhalb der Aufgabe negativ!)

P	NP	NP -vollständig	NP -schwer	keines der genannten	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Testen, ob ein ungerichteter Graph kreisfrei ist
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Sortieren
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	BinPacking
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Kolmogorov Komplexität
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Finden der billigsten Rundtour in einem kanten-gewichteten Graphen, die jeden Knoten genau einmal besucht
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Wortproblem über kontextfreie Sprachen
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Entscheiden, ob ein kanten-gewichteter Graph einen aufspannenden Baum mit Gewicht $\leq \ell$ enthält

Aufgabe 11: NP-Vollständigkeit

(12 Punkte)

(a) Optimierungs- vs. Entscheidungsproblem

(6 Punkte)

Was ist das zu folgendem Optimierungsproblem zugehörige Entscheidungsproblem?

Gegeben: Mehrere Objekte $O = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Jedes Objekt x ($1 \leq x \leq n$) hat ein Gewicht g_x und einen Wert w_x . Zusätzlich haben wir einen Mindestwert M .
Gesucht: Eine Objektauswahl $O' \subseteq O$ mit minimalem Gesamtgewicht, deren Gesamtwert mindestens M ist.

(b) Reduktionen

(6 Punkte)

Welche zwei Bedingungen muss eine Reduktion von einem Problem \mathcal{Y} auf ein Problem \mathcal{X} erfüllen, um sie in einem **NP**-Vollständigkeitsbeweis zu benutzen?

Von welchem der beiden Probleme wird in einem solchen Beweis die **NP**-Härte gezeigt?

Aufgabe 12: Komplexitätsfragen

(12 Punkte)

Stimmen die folgenden Aussagen aus der Komplexitätstheorie?

(Achtung: Pro Frage gibt es +2/0/-2 Punkte bei einer richtigen/keinen/falschen Antwort!)

ja nein

-
- Wenn ein Entscheidungsproblem in exponentieller Zeit gelöst werden kann, dann liegt es nicht in **P**, sondern in **NP**.
 - Wenn ein Entscheidungsproblem in exponentieller Zeit gelöst werden kann, dann liegt es zwar in **NP**, vielleicht aber nicht in **P**.
 - Es gibt Probleme, die sowohl in **NP** als auch in **Co-NP** liegen.
 - Es gibt unentscheidbare Probleme, die **NP**-schwer sind.
 - Falls **P = NP**, dann ist jedes Problem aus **P** auch **NP**-vollständig.
 - Stark **NP**-vollständige Probleme können nur mittels pseudopolynomieller Algorithmen gelöst werden (falls **P ≠ NP**).